

有一肥料 (**A**) 与品种(**B**) 试验,

◆ **A**: 3个水平 (高肥、中肥、低肥)

◆ **B**: 6个水平 (6个品种)

◆ 3次重复。

A_1B_1 A_1B_2 A_1B_3 A_2B_1 A_2B_2 A_2B_3 A_3B_1 A_3B_2 A_3B_3

A_4B_1 A_4B_2 A_4B_3 A_5B_1 A_5B_2 A_5B_3 A_6B_1 A_6B_2 A_6B_3

完全随机设计

随机区组设计

试验处理组合数较多,

各因素可控性、操作性存在差异;

各因素的重要性存在差异.....

I

1	5	2	5	4	1	2	4	3
6	3	4	3	6	2	6	5	1

高

低

中

裂区设计

试验设计与统计分析

概述

对比、随机设计

区组设计

拉丁方设计

裂区设计及分析 (split-plot design)

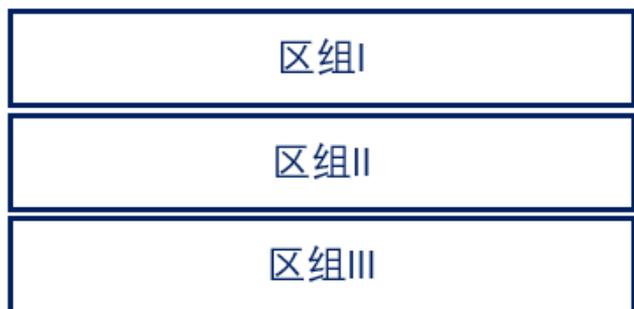
正交设计

回归设计

均匀设计

多因素试验

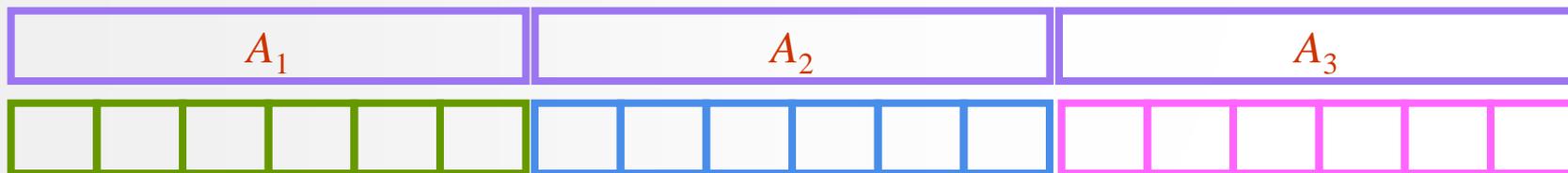
- 根据重复数，划分区组数。 ● 3个区组



有一肥料 (A) 与品种(B) 试验，

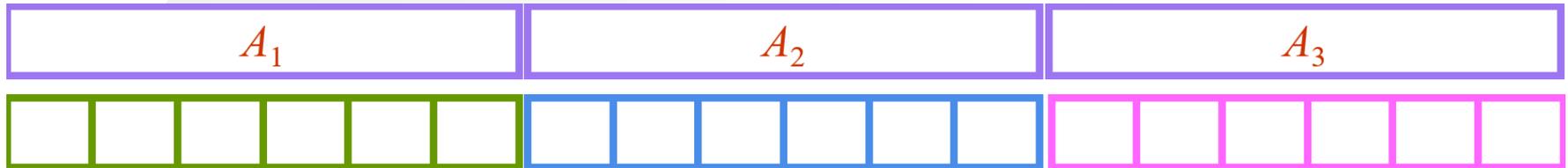
- ◆ A: 3个水平 (高肥、中肥、低肥)
- ◆ B: 6个水平 (6个品种)
- ◆ 3次重复。

- 在一个区组上，先按一个因素 (主因素或主处理) 的水平数划分试验小区，主因素的小区称为主区或整区，用于安排主因素；



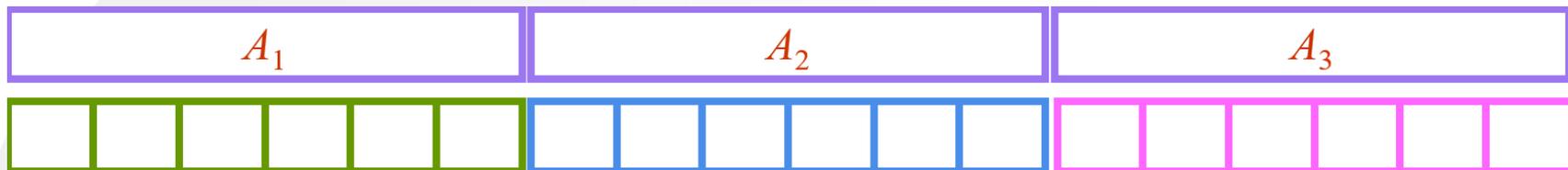
- 在主区内再按第二个因素 (副因素或副处理) 的水平数划分小区，安排副因素，主区内的小区称副区或裂区。

一、裂区设计



- 对第二个因素来讲，主区就是一个区组。
- 从整个试验所有处理组合来说，主区仅是一个不完全的区组。
- 这种设计将主区分裂成副区，称为裂区设计。
- 主处理设在主区，副处理设在每个主区的副区，副区之间的试验条件比主区之间更为接近，局部控制效果好；
- 副处理的重复次数比主处理多，所以，副处理比主处理试验精度高。

一、裂区设计



试验精度要求**高**的因素

副处理 \Rightarrow 副区

试验精度要求**低**的因素

主处理 \Rightarrow 主区

一、裂区设计

I	1	5	2	5	4	1	2	4	3
	6	3	4	3	6	2	6	5	1
	高			低			中		
II	1	5	2	5	4	1	2	4	3
	6	3	4	3	6	2	6	5	1
	低			中			高		
III	1	5	2	5	4	1	2	4	3
	6	3	4	3	6	2	6	5	1
	中			高			低		

- 对某一因素的要求比其它因素要求有较大的试验空间

肥水管理、耕作制度、栽培方式、种植密度等要求有**较大空间**，
品种、修剪、生长激素使用以及病虫害防治等**较小空间**即可。

- 试验对因素的主效或精度要求不同

品种与施肥量 2 因素试验，

- 品种是主要因素，精确度要求较高，
- 施肥量是次要因素，精确度要求较低。

一、裂区设计

基本思想

- 根据试验要求和目的不同，
- 将试验因素或空间按不同要求分成主区（主因素）和副区（副因素），
- 并根据主、副区的不同，
- 将试验因素分别安排在主、副区。

I	1	5	2	5	4	1	2	4	3
	6	3	4	3	6	2	6	5	1
	高			低			中		
II	1	5	2	5	4	1	2	4	3
	6	3	4	3	6	2	6	5	1
	低			中			高		
III	1	5	2	5	4	1	2	4	3
	6	3	4	3	6	2	6	5	1
	中			高			低		

一、裂区设计

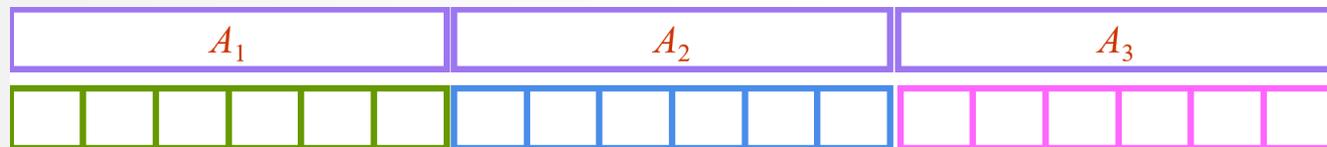
二因素试验：施肥（*A*，3水平）、修剪（*B*，4水平）

- 对 *A* 因素（施肥）要求有较大的试验空间，
- 对 *B* 因素（修剪）有较小的试验空间即可。
- 按因素对试验面积的要求不同分成主因素和副因素。



一、裂区设计

方法



- (1) 根据试验因素的重要性，明确因素的主次；
- (2) 根据试验的重复数将试验空间划分成与重复数相同的若干区组。
- (3) 在一个区组中，先按主因素的水平数划分出主区，安排主处理；主区内再按副因素的水平数划分出副区，安排副处理。
 - 每个主处理在每一主区中仅重复一次；
 - 副处理在一个区组中重复的次数 = 主处理的水平数。

一、裂区设计

主处理与副处理在小区中的排列

主区

完全随机

随机区组

拉丁方排列

副区

随机区组

拉丁方排列

提高试验精度

裂区设计

A (主区因素, 4个水平: A_1 、 A_2 、 A_3 、 A_4)

B (副区因素, 4个水平: B_1 、 B_2 、 B_3 、 B_4)

4次重复。

● **主区因素:** 随机区组排列

● **副区因素:** 随机区组排列

区组 I	A_2		A_1		A_3		A_4	
	B_1	B_4	B_3	B_2	B_2	B_3	B_1	B_4
	B_3	B_2	B_4	B_1	B_4	B_1	B_3	B_2
区组 II	A_4		A_3		A_1		A_2	
	B_2	B_4	B_1	B_4	B_3	B_1	B_2	B_3
	B_1	B_3	B_2	B_3	B_4	B_2	B_4	B_1
区组 III	A_3		A_4		A_2		A_1	
	B_3	B_2	B_4	B_1	B_2	B_4	B_3	B_1
	B_1	B_4	B_2	B_3	B_1	B_3	B_2	B_4
区组 IV	A_1		A_2		A_4		A_3	
	B_2	B_1	B_3	B_2	B_4	B_1	B_3	B_2
	B_4	B_3	B_4	B_1	B_3	B_2	B_4	B_1

● 对一个区组来说, 每一主处理仅重复1次, 而每一副处理重复4次。

● 不同区组间, 主、副区因素均需重新随机排列一次。

裂区设计

A (主区因素, 4个水平: A_1 、 A_2 、 A_3 、 A_4)

B (副区因素, 4个水平: B_1 、 B_2 、 B_3 、 B_4)

4次重复。

●主区因素: 完全随机排列

●副区因素: 随机区组排列

A_3		A_1		A_2		A_4		A_3		A_1		A_2		A_4	
B_1	B_4	B_2	B_1	B_4	B_3	B_2	B_3	B_1	B_4	B_2	B_3	B_1	B_2	B_3	B_1
B_3	B_2	B_3	B_4	B_1	B_2	B_1	B_4	B_2	B_3	B_4	B_1	B_4	B_3	B_2	B_4
A_1		A_4		A_3		A_2		A_4		A_2		A_3		A_1	
B_4	B_1	B_4	B_1	B_3	B_4	B_3	B_1	B_3	B_4	B_3	B_4	B_2	B_4	B_3	B_2
B_2	B_3	B_2	B_3	B_2	B_1	B_2	B_4	B_1	B_2	B_2	B_1	B_1	B_3	B_1	B_4

●主区因素: 完全随机排列

●副区因素: 拉丁方排列

A_2				A_1				A_4				A_3			
B_2	B_1	B_3	B_4	B_3	B_2	B_1	B_4	B_3	B_1	B_4	B_2	B_4	B_1	B_2	B_3
B_4	B_3	B_2	B_1	B_1	B_4	B_2	B_3	B_2	B_3	B_1	B_4	B_1	B_4	B_3	B_2
B_1	B_2	B_4	B_3	B_2	B_3	B_4	B_1	B_4	B_2	B_3	B_1	B_3	B_2	B_4	B_1
B_3	B_4	B_1	B_2	B_4	B_1	B_3	B_2	B_1	B_4	B_2	B_3	B_2	B_3	B_1	B_4

主处理仅1次重复, 如果进行4次重复, 则需将该排列再随机进行3次。

裂区设计

A (主区因素, 4个水平: A_1 、 A_2 、 A_3 、 A_4)

B (副区因素, 4个水平: B_1 、 B_2 、 B_3 、 B_4)

4次重复。

- 主区因素: 拉丁方排列
- 副区因素: 随机区组排列
- 主区因素: 随机区组排列
- 副区因素: 拉丁方排列

区组 I	A_2				A_1				A_4				A_3			
	B_2	B_3	B_1	B_4	B_3	B_1	B_4	B_2	B_4	B_3	B_1	B_2	B_1	B_4	B_2	B_3
区组 II	A_4				A_3				A_2				A_1			
	B_1	B_2	B_4	B_3	B_4	B_2	B_3	B_1	B_2	B_1	B_3	B_4	B_2	B_3	B_1	B_4
区组 III	A_1				A_2				A_3				A_4			
	B_1	B_4	B_2	B_1	B_2	B_3	B_1	B_4	B_3	B_4	B_2	B_1	B_3	B_1	B_4	B_2
区组 IV	A_3				A_4				A_1				A_2			
	B_4	B_3	B_1	B_2	B_1	B_4	B_2	B_3	B_4	B_2	B_1	B_3	B_4	B_2	B_3	B_1

区组 I				区组 II				区组 III				区组 IV			
A_2	A_1	A_4	A_2	A_1	A_4	A_2	A_3	A_4	A_3	A_2	A_1	A_3	A_2	A_1	A_4
B_1	B_2	B_3	B_4	B_2	B_1	B_4	B_3	B_2	B_1	B_4	B_3	B_2	B_3	B_4	B_1
B_3	B_4	B_1	B_2	B_4	B_3	B_2	B_1	B_4	B_3	B_2	B_1	B_1	B_4	B_3	B_2
B_2	B_1	B_4	B_3	B_1	B_2	B_3	B_4	B_3	B_4	B_1	B_2	B_4	B_1	B_2	B_4
B_4	B_3	B_2	B_1	B_3	B_4	B_1	B_2	B_1	B_2	B_3	B_4	B_3	B_2	B_1	B_3

主处理的重复次数与副处理数相同，
在同一主处理的重复内，副处理按拉丁方排列。

裂区设计

A (主区因素, 4个水平: A_1 、 A_2 、 A_3 、 A_4)

B (副区因素, 4个水平: B_1 、 B_2 、 B_3 、 B_4)

4次重复。

●主区因素: 拉丁方排列

●副区因素: 拉丁方排列

区组 I	A_3				A_1				A_4				A_2			
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_2	B_1	B_4	B_3	B_2	B_1	B_4	B_3	B_2	B_3	B_4	B_1
区组 II	A_2				A_4				A_1				A_3			
	B_3	B_4	B_1	B_2	B_4	B_3	B_2	B_1	B_4	B_3	B_2	B_1	B_1	B_4	B_3	B_2
区组 III	A_1				A_3				A_2				A_4			
	B_2	B_1	B_4	B_3	B_1	B_2	B_3	B_4	B_3	B_4	B_1	B_2	B_4	B_1	B_2	B_4
区组 IV	A_4				A_2				A_3				A_1			
	B_4	B_3	B_2	B_1	B_3	B_4	B_1	B_2	B_1	B_2	B_3	B_4	B_3	B_2	B_1	B_3

主区因素水平=副区因素水平=重复数

可以提高试验的精确度, 尤其是主区, 由于其误差较大, 能用拉丁方排列更为有利。

一、裂区设计

有一肥料与品种试验，

共6个品种，分别用1、2、3、4、5、6表示，

肥料用量有3个水平，分别用高、中、低表示，

试设计裂区试验。3次重复。

- 试验目的是研究不同施肥量水平下6个品种间的差异，
- 因施肥量适宜于在大的区域操作和控制，而品种适宜于小区处理，故而将施肥量作为主区因素（ A 因素），品种作为副区因素（ B 因素），
- 每一重复的主、副处理随机排列。

一、裂区设计----步骤

(1) 将试验区划分为3个区组（重复），每个区组再划分成3个主区，以安排主处理。

I

--	--	--

II

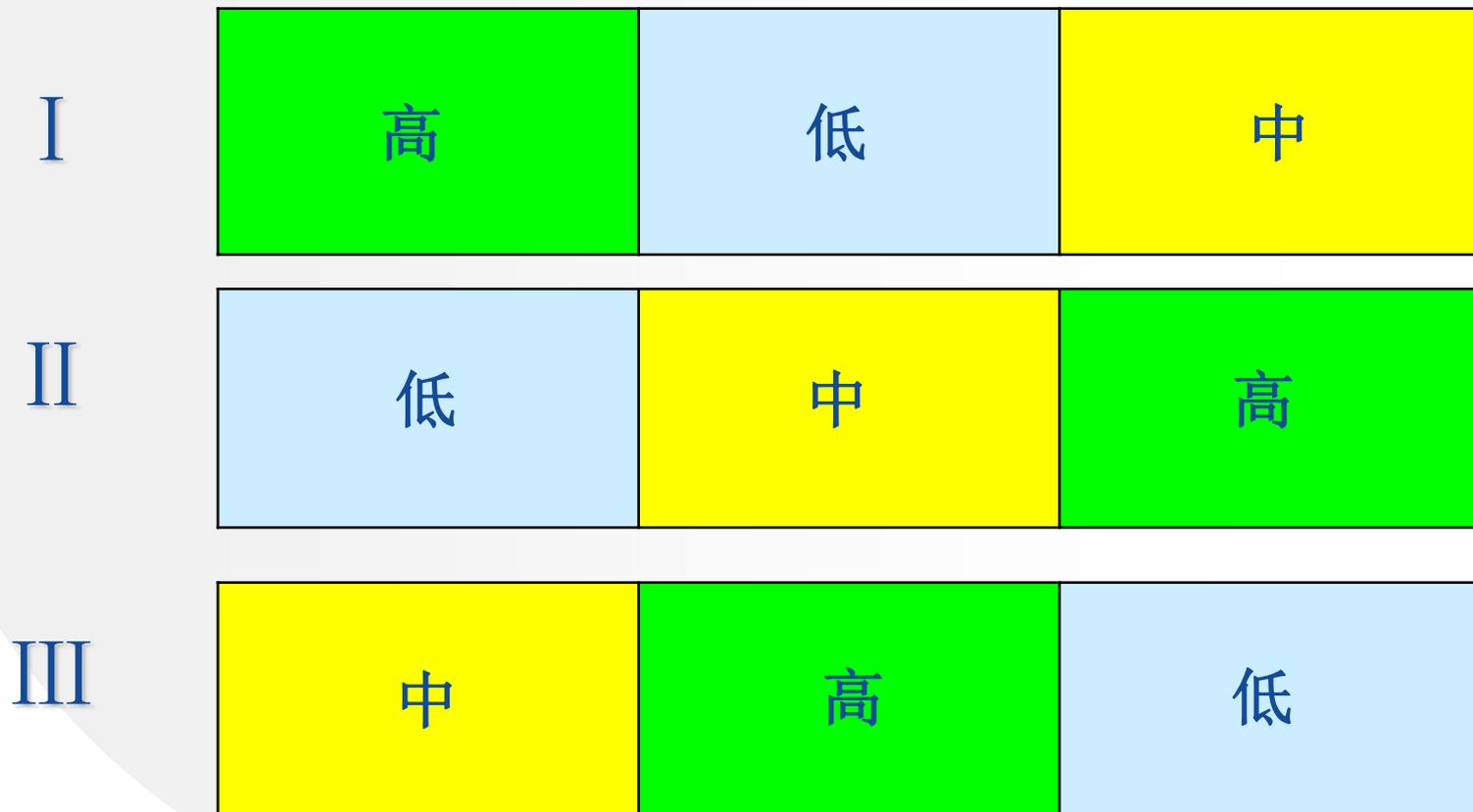
--	--	--

III

--	--	--

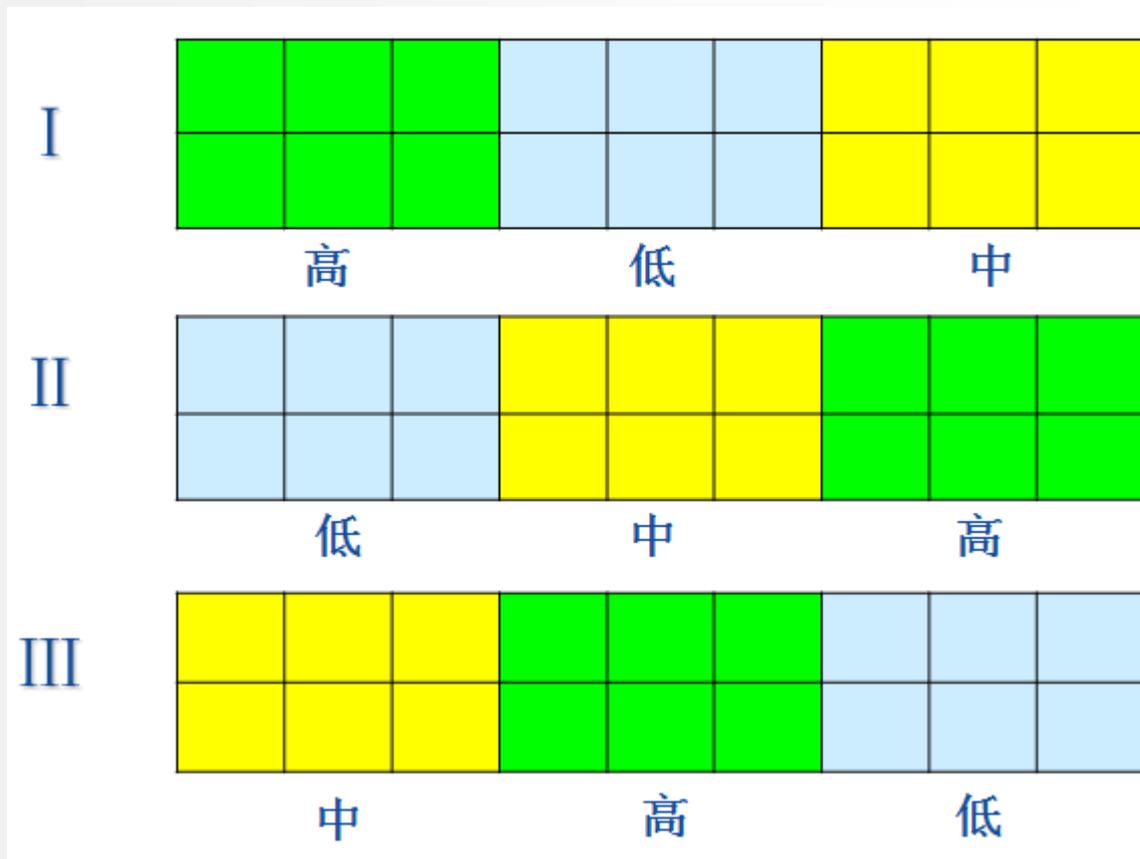
一、裂区设计----步骤

(2) 将主区因素A（肥料）的3个水平（高、中、低）随机地排列在每个区组的3个主区中。



一、裂区设计----步骤

(3) 将各区组的每个主区划分为6个副区。



一、裂区设计----步骤

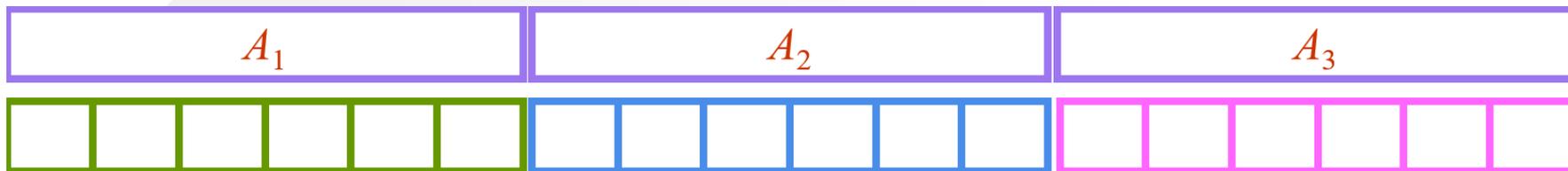
(4) 将副区因素 B （品种）的6个水平1、2、3、4、5、6品种独立随机地排列在每个主区的6个副区中。

I	1	5	2	5	4	1	2	4	3
	6	3	4	3	6	2	6	5	1
	高			低			中		
II	1	5	2	5	4	1	2	4	3
	6	3	4	3	6	2	6	5	1
	低			中			高		
III	1	5	2	5	4	1	2	4	3
	6	3	4	3	6	2	6	5	1
	中			高			低		



图1 施肥量与品种二因素试验的裂区设计
(施肥量为主区，品种为副区；I、II、III代表重复)

二、裂区设计的统计分析



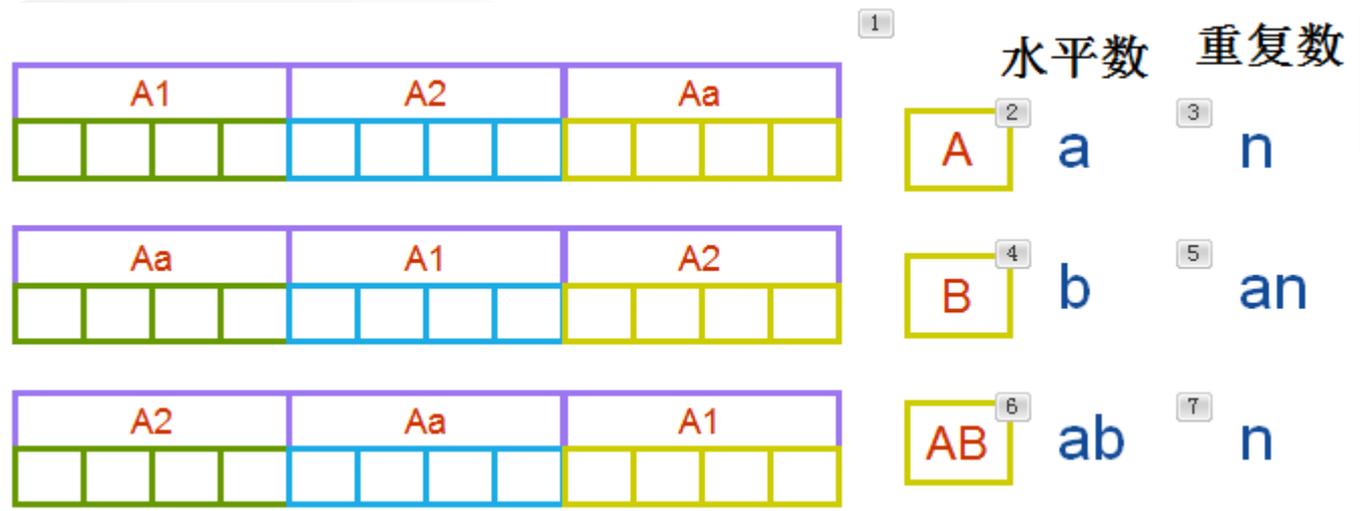
➔ A 和 B 两个试验因素，

A 因素为主处理， a 个水平，

B 因素为副处理， b 个水平，

n 个区组，

则试验共有 abn 个观测值。



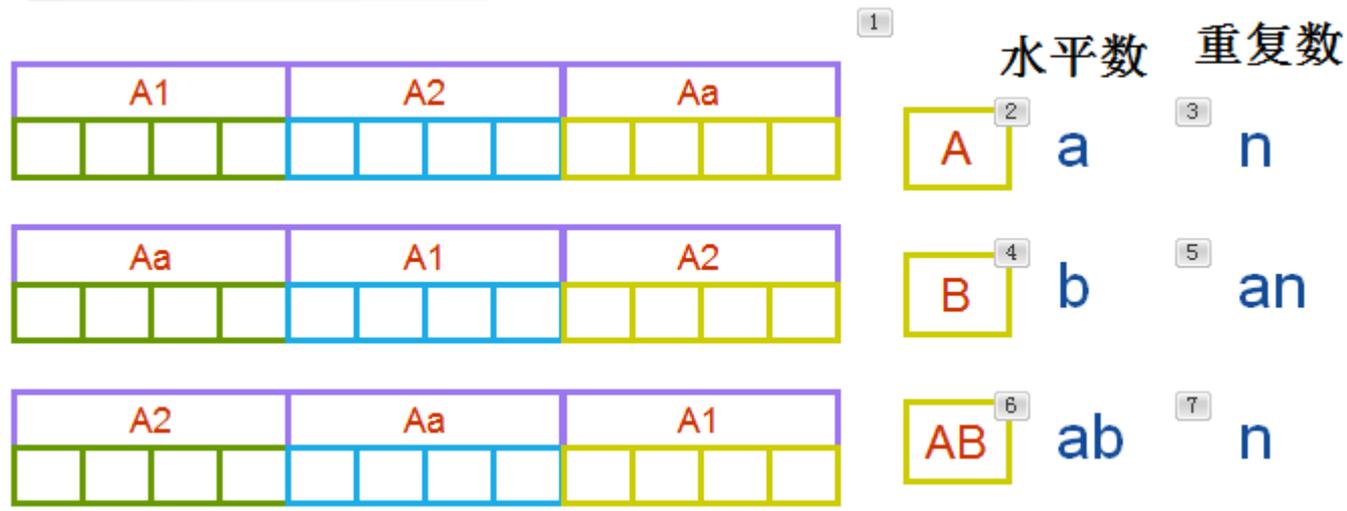
$$x_{ijk} = \mu + \gamma_k + \alpha_i + \delta_{ik} + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + \varepsilon_{ijk}$$

μ 总体平均数

γ_k 第 k 区组效应

α_i 主区因素A第 i 水平的效应

δ_{ik} 主区误差

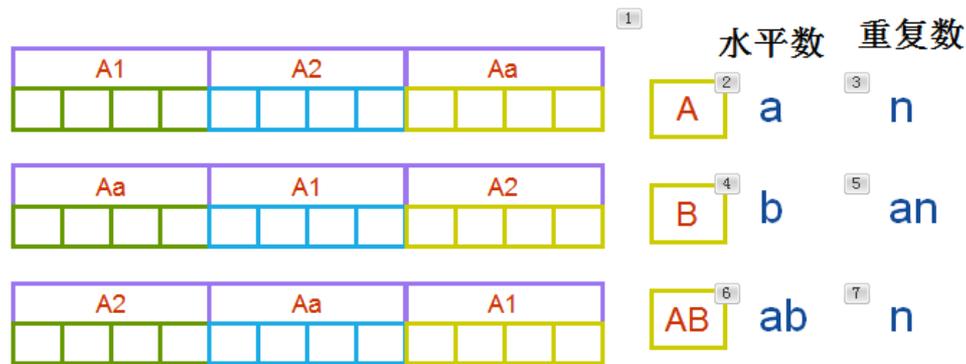


$$x_{ijk} = \mu + \gamma_k + \alpha_i + \delta_{ik} + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + \varepsilon_{ijk}$$

β_j 副区因素 B 第 j 水平的效应

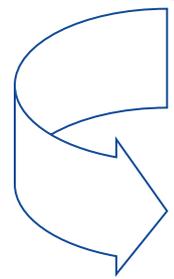
$(\alpha\beta)_{ij}$ A 因素 i 水平与 B 因素 j 水平互作效应

ε_{ijk} 副区误差



平方和分解

$$SS_T = SS_r + SS_A + SS_{e_a} + SS_B + SS_{AB} + SS_{e_b}$$



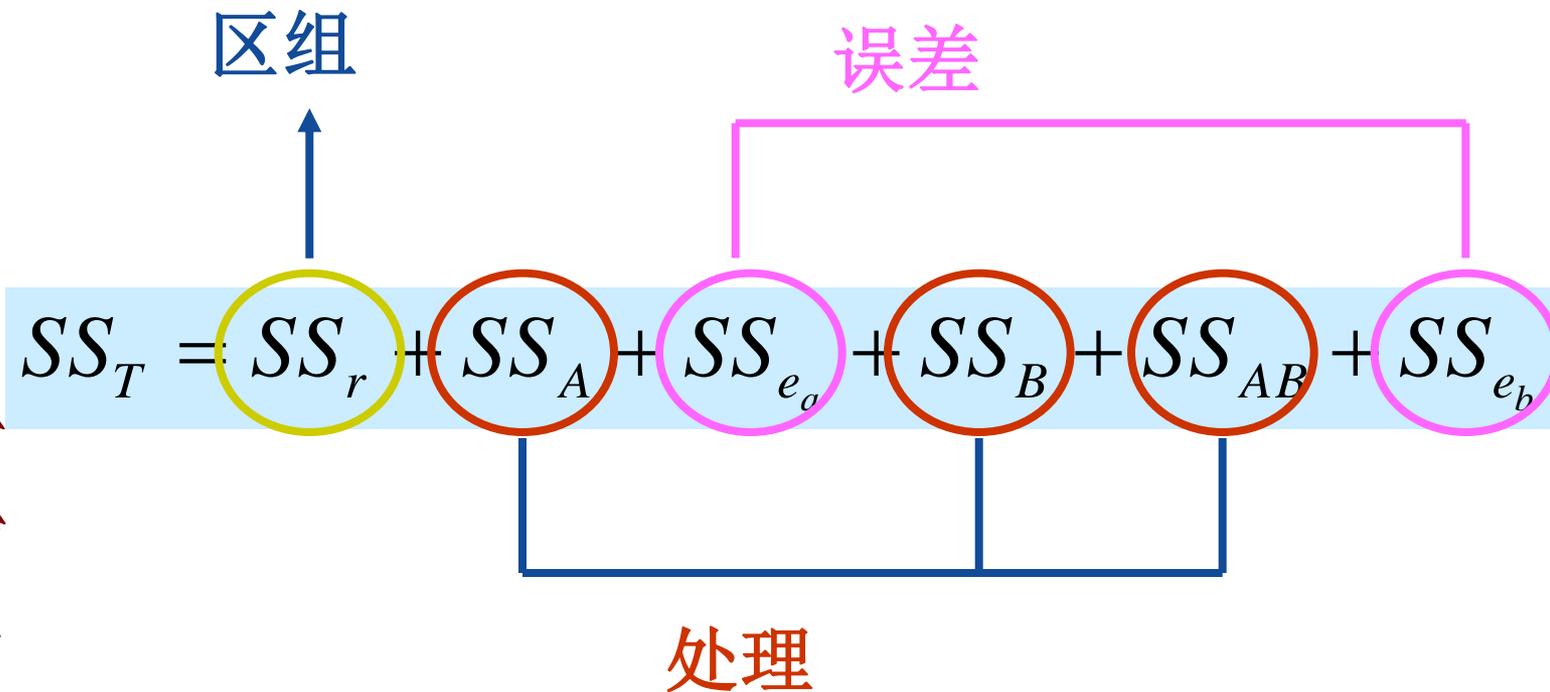
主区平方和



副区平方和

$$SS_T = SS_{\text{主区}} + SS_{\text{副区}}$$

平方和分解



$$SS_T = SS_{\text{区组}} + SS_{\text{处理}} + SS_{\text{误差}}$$

$$df_T = df_r + df_A + df_{e_a} + df_B + df_{AB} + df_{e_b}$$

$$df_m + df_s = df_T$$

$$df_A + df_B + df_{AB} = df_t$$

$$df_A + df_r + df_{e_a} = df_m$$

$$df_B + df_{AB} + df_{e_b} = df_s$$

$$df_{e_a} + df_{e_b} = df_e$$

自由度分解

平方和的计算:

主区部分

校正数:

$$C = \frac{T^2}{abn}$$

总平方和:

$$SS_T = \sum x^2 - C$$

主区平方和:

$$SS_m = \frac{\sum T_m^2}{b} - C$$

A因素平方和:

$$SS_A = \frac{\sum T_A^2}{bn} - C$$

区组平方和:

$$SS_r = \frac{\sum T_r^2}{ab} - C$$

主区误差平方和:

$$SS_{e_a} = SS_m - SS_A - SS_r$$

平方和的计算:

副区部分

处理间平方和:

$$SS_t = \frac{\sum T_t^2}{n} - C$$

B因素平方和:

$$SS_B = \frac{\sum T_B^2}{an} - C$$

A×B平方和:

$$SS_{AB} = SS_t - SS_A - SS_B$$

副区误差平方和:

$$SS_{e_b} = SS_T - SS_m - SS_B - SS_{AB}$$

自由度的计算:

	变异来源	df
主区部分	区组	$n-1$
	A因素	$a-1$
	主区误差	$(a-1)(n-1)$
	总变异	$an-1$
副区部分	B因素	$b-1$
	A×B互作	$(a-1)(b-1)$
	副区误差	$a(b-1)(n-1)$
	总变异	$abn-1$

表1 二因素裂区试验设计平方和与自由度的分解

变异来源		DF	平方和
主区部分	区组	$r-1$	$SS_R = \sum T_r^2 / ab - C$
	A	$a-1$	$SS_A = \sum T_A^2 / rb - C$
	误差a	$(r-1)(a-1)$	$SS_{E_a} = \text{主区SS} - SS_R - SS_A$
总变异		$ra-1$	主区SS
副区部分	B	$b-1$	$SS_B = \sum T_B^2 / ra - C$
	A×B	$(a-1)(b-1)$	$SS_{AB} = \text{处理SS} - SS_A - SS_B$
	误差b	$a(r-1)(b-1)$	$SS_{E_b} = SS_T - \text{主区总SS} - SS_B - SS_{AB}$
总变异		$rab-1$	$SS_T = \sum y^2 - C$

二因素裂区设计与二因素随机区组设计在分析上的不同

- 二因素裂区试验有主区部分和副区部分，因而有主区误差和副区误差，分别用于检验主区处理以及副区处理和主、副处理互作的显著性。

$$df_{e_a} + df_{e_b} = df_e \quad \text{随机区组设计中误差项的自由度}$$

$$SS_{e_a} + SS_{e_b} = SS_e \quad \text{随机区组设计中误差项的平方和}$$

- 其余各变异项目的自由度和平方和皆与随机区组设计相同。

- 裂区试验和多因素随机区组试验在变异来源上的区别：



误差项的再分解



裂区设计的每一主区都包括一套副处理。

例1： 有一个甜菜试验，研究绿肥耕翻时期（*A*）和施用氮肥量（*B*）对甜菜产量的效果。

采用二因素裂区试验设计，3次重复，

绿肥耕翻时期分早、晚2个水平，置于主区；

氮肥施用量分4个水平，置于副区。

主区、副区均采用随机区组设计，

试验设计图如下。

I		II		III	
A_2	A_1	A_1	A_2	A_2	A_1
$B_4B_3B_1B_2$	$B_2B_4B_1B_3$	$B_1B_4B_3B_2$	$B_3B_1B_2B_4$	$B_1B_4B_3B_2$	$B_3B_4B_2B_1$

总试验数： A 因素2水平(a) \times B 因素4水平(b) \times 区组 / 重复数3 (n)=24个

(1)数据整理

I		II		III	
A ₂	A ₁	A ₁	A ₂	A ₂	A ₁
B ₄ B ₃ B ₁ B ₂	B ₂ B ₄ B ₁ B ₃	B ₁ B ₄ B ₃ B ₂	B ₃ B ₁ B ₂ B ₄	B ₁ B ₄ B ₃ B ₂	B ₃ B ₄ B ₂ B ₁

表2 甜菜试验结果及数据整理(kg)

主区	副区	区组			T _{AB}	x _t
		I	II	III		
A ₁	B ₁	13.8	13.5	13.2	40.5	13.5
	B ₂	15.5	15.0	15.2	45.7	15.2
	B ₃	21.0	22.7	22.3	66.0	22.0
	B ₄	18.9	18.3	19.6	56.8	18.9
	T _m	69.2	69.5	70.3	T _{A1} =209.0	\bar{x}_{A_1} =17.4
A ₂	B ₁	19.3	18.0	20.5	57.8	19.3
	B ₂	22.2	24.2	25.4	71.8	23.9
	B ₃	25.3	24.8	28.4	78.5	26.2
	B ₄	25.9	26.7	27.6	80.2	26.7
	T _m	92.7	93.7	101.9	T _{A2} =288.3	\bar{x}_{A_2} =24.0
T _r		161.9	163.2	172.2	T=497.3	

(1)数据整理

I		II		III	
A ₂	A ₁	A ₁	A ₂	A ₂	A ₁
B ₄ B ₃ B ₁ B ₂	B ₂ B ₄ B ₁ B ₃	B ₁ B ₄ B ₃ B ₂	B ₃ B ₁ B ₂ B ₄	B ₁ B ₄ B ₃ B ₂	B ₃ B ₄ B ₂ B ₁

表3 甜菜试验结果A因素和B因素两向表(kg)

因素	B	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄	T _A	\bar{x}_A
A	A ₁	40.5	45.7	66.0	56.8	209.0	17.4
	A ₂	57.8	71.8	78.5	80.2	288.3	24.0
T _B		98.3	117.5	144.5	137.0	T=497.3	
\bar{x}_B		16.4	19.6	24.1	22.8		$\bar{x}_{A_1}=20.7$

(2)平方和、自由度分解

I		II		III	
A ₂	A ₁	A ₁	A ₂	A ₂	A ₁
B ₄ B ₃ B ₁ B ₂	B ₂ B ₄ B ₁ B ₃	B ₁ B ₄ B ₃ B ₂	B ₃ B ₁ B ₂ B ₄	B ₁ B ₄ B ₃ B ₂	B ₃ B ₄ B ₂ B ₁

校正数:

$$C = \frac{T^2}{abn} = 10304.47$$

总平方和:

$$SS_T = \sum x^2 - C = 516.12$$

主区平方和:

$$SS_m = \frac{\sum T_m^2}{b} - C = 274.92$$

A因素平方和:

$$SS_A = \frac{\sum T_A^2}{bn} - C = 262.02$$

区组平方和:

$$SS_r = \frac{\sum T_r^2}{ab} - C = 7.87$$

主区误差平方和: $SS_{e_a} = SS_m - SS_A - SS_r = 5.03$

(2)平方和、自由度分解

I		II		III	
A ₂	A ₁	A ₁	A ₂	A ₂	A ₁
B ₄ B ₃ B ₁ B ₂	B ₂ B ₄ B ₁ B ₃	B ₁ B ₄ B ₃ B ₂	B ₃ B ₁ B ₂ B ₄	B ₁ B ₄ B ₃ B ₂	B ₃ B ₄ B ₂ B ₁

处理间平方和: $SS_t = \frac{\sum T_t^2}{n} - C = 495.98$

B因素平方和: $SS_B = \frac{\sum T_B^2}{an} - C = 215.26$

A×B平方和: $SS_{AB} = SS_t - SS_A - SS_B = 18.70$

副区误差平方和: $SS_{e_b} = SS_T - SS_m - SS_B - SS_{AB} = 7.24$

(2)平方和、自由度分解

I		II		III	
A ₂	A ₁	A ₁	A ₂	A ₂	A ₁
B ₄ B ₃ B ₁ B ₂	B ₂ B ₄ B ₁ B ₃	B ₁ B ₄ B ₃ B ₂	B ₃ B ₁ B ₂ B ₄	B ₁ B ₄ B ₃ B ₂	B ₃ B ₄ B ₂ B ₁

表4 二因素裂区设计自由度分解

	变异来源	df
主区	区组	$n-1=2$
	A因素	$a-1=1$
	主区误差	$(a-1)(n-1)=2$
副区	B因素	$b-1=3$
	A×B互作	$(a-1)(b-1)=3$
	副区误差	$a(b-1)(n-1)=12$
	总变异	$abn-1=23$

(3)列方差分析表进行F检验

I		II		III	
A ₂	A ₁	A ₁	A ₂	A ₂	A ₁
B ₄ B ₃ B ₁ B ₂	B ₂ B ₄ B ₁ B ₃	B ₁ B ₄ B ₃ B ₂	B ₃ B ₁ B ₂ B ₄	B ₁ B ₄ B ₃ B ₂	B ₃ B ₄ B ₂ B ₁

表5 甜菜试验结果方差分析表

变异来源		<i>df</i>	<i>SS</i>	<i>S</i> ²	<i>F</i>	<i>F</i> _{0.05}	<i>F</i> _{0.01}
主 区 部 分	区组	2	7.87	3.935	1.565	19.00	99.00
	耕翻期A	1	262.02	262.020	104.18**	18.51	98.49
	主区误差	2	5.03	2.515			
副 区 部 分	氮肥用量B	3	215.26	71.753	118.99**	3.49	5.95
	A×B	3	18.70	6.233	10.34**	3.49	5.95
	副区误差	12	7.24	0.603			
总变异		23	516.12				

- ♠ 区组间差异不显著；
- ♠ 耕翻期 (A) 间有极显著差异，但因只有两个水平，不需多重比较；
- ♠ 施氮量 (B) 间及A×B均有极显著差异，需作多重比较。

多重比较时，四类平均数差数标准误不同：

(1)主区因子两水平平均数差数标准误：

$$S_{\bar{a}_1 - \bar{a}_2} = \sqrt{\frac{2s_{e_a}^2}{bn}}$$

$$t = \frac{\bar{a}_1 - \bar{a}_2}{S_{\bar{a}_1 - \bar{a}_2}}$$

(2)副区因子两水平平均数差数标准误：

$$S_{\bar{b}_1 - \bar{b}_2} = \sqrt{\frac{2s_{e_b}^2}{an}}$$

$$t = \frac{\bar{b}_1 - \bar{b}_2}{S_{\bar{b}_1 - \bar{b}_2}}$$

(3)同一主区因子水平的两个副区因子水平平均数差数标准误:

$$S_{\overline{a_i b_1} - \overline{a_i b_2}} = \sqrt{\frac{2s_{e_b}^2}{n}}$$

$$t = \frac{\overline{a_i b_1} - \overline{a_i b_2}}{S_{\overline{a_i b_1} - \overline{a_i b_2}}}$$

(4)同一副区因子水平的两个主区因子水平平均数差数标准误:

$$S_{\overline{a_1 b_j} - \overline{a_2 b_j}} = \sqrt{\frac{2[(b-1)s_{e_b}^2 + s_{e_a}^2]}{bn}}$$

$$t_\alpha = \frac{(b-1)s_{e_b}^2 t_b + s_{e_a}^2 t_a}{(b-1)s_{e_b}^2 + s_{e_a}^2}$$

两种误差并不相等，
故而用加权法计算。

(4) 多重比较—施氮量B

LSD法

$$s_{\bar{b}_1 - \bar{b}_2} = \sqrt{\frac{2s_{e_b}^2}{an}} = 0.488$$



$$LSD_{0.05} = 0.98$$

$$LSD_{0.01} = 1.37$$

表6 甜菜试验不同氮肥用量多重比较表

氮肥施用量	平均产量	差异显著性	
		$\alpha=0.05$	$\alpha=0.01$
B ₃	24.1	a	A
B ₄	22.8	b	A
B ₂	19.6	c	B
B ₁	16.4	d	C

☀ 除B₃与B₄达到显著差异外，其他均存在着极显著的差异，其中以B₃最好，其次是B₄，再次是B₂，B₁效果最差。

(4) 多重比较—耕翻期×施氮量

同一绿肥耕翻时期内不同施氮水平的比较

$$S_{\overline{a_i b_1} - \overline{a_i b_2}} = \sqrt{\frac{2s_{e_b}^2}{n}} = 0.634$$

$$df_{eb} = 12$$



$$LSD_{0.05} = 1.38$$

$$LSD_{0.01} = 1.94$$

表7 甜菜试验早耕翻下施氮量的多重比较

施氮量	A ₁ 早耕翻		
	平均产量	差异显著性	
		5%	1%
B ₃	22.0	a	A
B ₄	18.9	b	B
B ₂	15.2	c	C
B ₁	13.5	d	C

表8 甜菜试验晚耕翻下施氮量的多重比较

微肥种类	A ₂ 晚耕翻		
	平均产量	差异显著性	
		5%	1%
B ₄	26.7	a	A
B ₃	26.2	a	A
B ₂	23.9	b	B
B ₁	19.3	c	C

☀ 早耕翻，以B₃施氮量最佳； ☀ 晚耕翻，以B₃、B₄施氮量最佳。

同一施氮水平下不同绿肥耕翻时期效应的比较

$$S_{\overline{a_1 b_j} - \overline{a_2 b_j}} = \sqrt{\frac{2[(b-1)s_{e_b}^2 + s_{e_a}^2]}{bn}} = 0.849$$

$$df_{e_a} = 2$$



$$t_{0.05} = 4.303,$$

$$t_{0.01} = 9.925$$

$$df_{e_b} = 12$$



$$t_{0.05} = 2.179,$$

$$t_{0.01} = 3.056$$

$$t_{\alpha} = \frac{(b-1)s_{e_b}^2 t_b + s_{e_a}^2 t_a}{(b-1)s_{e_b}^2 + s_{e_a}^2}$$

$$t_{0.05} = \frac{(4-1) \times 0.603 \times 2.179 + 2.515 \times 4.303}{(4-1) \times 0.603 + 2.515} = 3.414$$

$$LSD_{0.05} = 2.898$$

$$LSD_{0.01} = 5.986$$

$$t_{0.01} = \frac{(4-1) \times 0.603 \times 3.056 + 2.515 \times 9.925}{(4-1) \times 0.603 + 2.515} = 7.051$$

表9 同一施氮量下不同绿肥耕翻时期的差异显著性

施氮量	绿肥耕翻期平均产量		$\bar{x}_{A_1} - \bar{x}_{A_2}$
	早耕翻 \bar{x}_{A_1}	晚耕翻 \bar{x}_{A_2}	
B ₁	13.5	19.3	5.8*
B ₂	15.2	23.9	8.7**
B ₃	22.0	26.2	4.2*
B ₄	18.9	26.7	7.8**

- ☀ 在施氮量B₁、B₃水平下，绿肥的两种耕翻期间有显著差异；
- ☀ 在施氮量B₂、B₄水平下，绿肥的两种耕翻期间有极显著差异。

试验结论

- ☀ 绿肥耕翻时期以晚耕翻优于早耕翻；
- ☀ 施氮量以 B_3 效果最佳；
- ☀ 在晚耕翻条件下，以施氮量 B_3 和 B_4 产量最高；
- ☀ 甜菜增产的最有处理组合为 A_2B_3 或 A_2B_4 ，即绿肥晚耕翻+施氮量 B_3 ，或绿肥晚耕翻+施氮量 B_4 处理为最优的处理组合。

三、再裂区设计

再裂区设计

(split-split plot design)

在裂区设计中，若需再引进第三个因素时，可以进一步做成再裂区，即在裂区内再划分为更小单位的小区，称为再裂区(split-split plot design)，然后将第三个因素的各个处理(称为副副处理)，随机排列于再裂区内，这种设计称为再裂区设计。

- 3个以上的多因素试验采用裂区设计，试验起来很复杂，统计分析也麻烦，特别是因素之间有交互作用很难解释，所以一般裂区设计多用于两个因素试验。

再裂区设计设计步骤:

设有3种肥料用量以 A_1 、 A_2 、 A_3 表示, 作为主处理($a=3$), 重复3次即3个区组($r=3$);

4个植物品种以 B_1 、 B_2 、 B_3 、 B_4 表示, 作为副处理($b=4$);

2种播种密度以 C_1 、 C_2 表示, 作为副副处理($c=2$),

作再裂区设计。

- (1) 先将试验空间划分为等于重复次数的区组，每一区组划分为等于主处理数目的主区，每一主区安排一个主处理。本例，先将试验地划分为三个区组，每一区组划分为3个主区，每一主区安排一种肥料用量。
- (2) 每一主区划分为等于副处理数目的裂区(即副区)，每一裂区安排一个副处理。本例，每一主区划分为4个裂区，每一裂区安排一个植物品种。
- (3) 每裂区再划分为等于副副处理数目的再裂区，每一再裂区安排一个副副处理。本例，每一裂区再划分为2个再裂区，每一再裂区安排一种密度。
- 全部处理都用随机区组排列。

	I			II			III	
A ₂	B ₂ C ₁	B ₂ C ₂	A ₃	B ₃ C ₂	B ₃ C ₁	A ₁	B ₂ C ₁	B ₂ C ₂
	B ₄ C ₂	B ₄ C ₁		B ₂ C ₁	B ₂ C ₂		B ₃ C ₂	B ₃ C ₁
	B ₃ C ₂	B ₃ C ₁		B ₁ C ₂	B ₁ C ₁		B ₄ B ₂	B ₄ C ₁
	B ₁ C ₁	B ₁ C ₂		B ₄ C ₁	B ₄ C ₂		B ₁ C ₁	B ₁ C ₂
A ₁	B ₃ C ₁	B ₃ C ₂	A ₂	B ₂ C ₁	B ₂ C ₂	A ₃	B ₂ C ₂	B ₂ C ₁
	B ₂ C ₂	B ₂ C ₁		B ₄ C ₂	B ₄ C ₁		B ₃ C ₂	B ₃ C ₁
	B ₄ C ₂	B ₄ C ₁		B ₁ C ₂	B ₁ C ₁		B ₄ C ₁	B ₄ C ₂
	B ₁ C ₁	B ₁ C ₂		B ₃ C ₁	B ₃ C ₂		B ₁ C ₁	B ₁ C ₂
A ₃	B ₂ C ₂	B ₂ C ₁	A ₁	B ₄ C ₁	B ₄ C ₂	A ₂	B ₃ C ₂	B ₃ C ₁
	B ₁ C ₂	B ₁ C ₁		B ₃ C ₂	B ₃ C ₁		B ₂ C ₁	B ₂ C ₂
	B ₃ C ₁	B ₃ C ₂		B ₂ C ₁	B ₂ C ₂		B ₄ C ₂	B ₄ C ₁
	B ₄ C ₁	B ₄ C ₂		B ₁ C ₂	B ₁ C ₁		B ₁ C ₁	B ₁ C ₂

图2 小麦肥料用量 (A)、品种 (B) 和密度 (C) 的再裂区设计

表10 再裂区设计自由度分解

变异来源		<i>DF</i>
主区部分	区 组	$r-1$
	A	$a-1$
	误 差 A	$(a-1)(r-1)$
	主区总变异	$ra-1$
裂区部分	B	$b-1$
	A×B	$(a-1)(b-1)$
	误 差 B	$a(b-1)(r-1)$
	副区总变异	$rab-1$
再裂区部分	副副处理C	$c-1$
	主×副副AC	$(a-1)(c-1)$
	副×副副BC	$(b-1)(c-1)$
	主×副×副副ABC	$(a-1)(b-1)(c-1)$
	误 差 E _C	$ab(c-1)(r-1)$
总 变 异		$abcr-1$

$$\text{A处理间: } SE = \sqrt{\frac{MS_{E_a}}{rbc}}; \text{ B处理间: } SE = \sqrt{\frac{MS_{E_a}}{rac}}$$

$$\text{A相同不同B间: } SE = \sqrt{\frac{MS_{E_b}}{rc}}$$

$$\text{同B或异B的A处理间: } SE = \sqrt{\frac{[(b-1)MS_{E_b} + MS_{E_a}]}{rbc}}$$

$$\text{C处理间: } SE = \sqrt{\frac{MS_{E_c}}{rab}}$$

$$\text{同A的C处理间: } SE = \sqrt{\frac{MS_{E_c}}{rb}}$$

$$\text{同B的C处理间: } SE = \sqrt{\frac{MS_{E_c}}{ra}}$$

$$\text{同A同B的C处理间: } SE = \sqrt{\frac{MS_{E_c}}{r}}$$

$$\text{同C或异C的B处理间: } SE = \sqrt{\frac{[(c-1)MS_{E_c} + MS_{E_b}]}{rac}}$$

$$\text{同A同C的B处理间: } SE = \sqrt{\frac{[(c-1)MS_{E_c} + MS_{E_b}]}{rc}}$$

$$\text{同C或异C的A处理间: } SE = \sqrt{\frac{[(c-1)MS_{E_c} + MS_{E_a}]}{rbc}}$$

$$\text{同B同C的A处理间: } SE = \sqrt{\frac{[b(c-1)MS_{E_c} + (b-1)MS_{E_b} + MS_{E_a}]}{rbc}}$$

- 采用裂区设计的试验因素并不一定局限空间的概念，也可将这种设计由空间概念向时间概念扩展，灵活运用。 。

- 如试验中可以将每一株树作为一个主区，

- 每株树内的几个大枝作为副区处理，副区以大枝为单位。

四、多年多点试验设计

- 林木或果树试验往往要进行多年，将不同年份的资料统一进行分析，将原设计的处理看成主区，年份看成副区，这是裂区设计中时间概念的一种分析方法。
- 同一试验设计同时在几个不同地点或不同生态条件下进行比较试验，其结果可裂区设计进行分析，将不同品种作为主处理，试验地点作为副处理，这样的多点试验可以在短时间内获得较多而可靠的试验结果，其结果分析也较简单。

四、多年多点试验设计

- 一些试验，如引种、栽培措施、品种推广前的区域试验等，常需要进行多年、多地区不同环境条件下的考察，以确定品种的稳定性及对环境的适应性，进而提高试验结果的可靠性。
- 多年多点试验在安排时类似三因素试验，其结果分析与三因素试验的结果分析基本相同，主要考察处理间是否有显著差异，处理与地点以及处理与年份间的互作效应。
- 多个试验的联合分析要根据试验的目的选择地点。多个试验的联合分析首先要对各个试验进行分析，然后检验各个试验的误差是否同质，如不同质则不可进行联合方差分析。

四、多年多点试验设计

- ❖ [例3] 设一个水稻品种区域试验，包括对照种在内共有5个供试品种，在4个地点进行2年试验，每点每次试验均统一采用相同小区面积重复3次的随机区组设计。

供试品种数为 v , $v=5$

试点数为 s , $s=4$

年份数为 y , $y=2$

每次试验重复数为 r , $r=3$ 。

四、多年多点试验设计

区域试验结果的综合分析，

- ❖ 不仅要比较供试品种的平均表现；
- ❖ 还要了解品种×试点、品种×年份、以及品种×试点×年份的互作效应，即了解不同品种在各试点、各年份的差异反应，
- ❖ 从而进一步了解品种的稳产性及区域适应性。

表11 水稻品种区域试验产量(kg/33m²)

试点	品种	第一年				合计 T_{vsy}	第二年				二年总和 T_{vs}
		区组			合计 T_{vsy}		区组			合计 T_{vsy}	
		I	II	III			I	II	III		
甲	A	19.7	31.4	29.6	80.7		45.5	50.3	60.0	155.8	236.5
	B	28.6	38.3	43.5	110.4		47.5	41.1	49.4	138.0	248.4
	C	20.3	27.5	32.6	80.4		54.2	52.3	64.5	171.0	251.4
	D	27.9	40.0	46.1	114.0		62.2	53.1	74.7	190.0	304.0
	E	22.3	30.8	31.1	84.2		47.4	57.8	50.5	155.7	239.9
	合计 T_{rsy}	118.8	168.0	182.9	469.7(T_{sy})		256. 8	254.6	299.1	810.5(T_{sy})	1280.2(T_y)
乙	A	40.8	29.4	30.2	100.4		53.9	58.8	47.7	160.4	260.8
	B	44.4								177.0	290.2
	C	44.6	41.4	20.2	112.2		55.9	59.1	50.4	169.4	281.6
	D	39.8	39.2	29.1	108.1		74.2	75.6	67.0	216.8	324.9
	E	71.5	47.6	55.4	174.5		51.1	47.3	45.0	143.4	317.9
	合计 T_{rsy}	241.1	192.5	174.8	608.4(T_{sy})		296. 8	301.9	268.3	867.0(T_{sy})	1475.4(T_y)
丙	A	34.7	29.1	35.1	98.9		42.1	47.1	30.8	120.0	218.9
	B	28.8	28.7	21.0	78.5		38.3	29.4	30.5	98.7	177.2
	C	29.8	38.4	28.0	96.2		42.1	40.0	39.8	121.9	218.1
	D	27.2	27.6	20.4	75.7		44.3	43.5	47.7	135.5	211.2
	E	43.0	32.7	32.0	107.7		53.9	51.8	50.3	156.0	263.7
	合计 T_{rsy}	164.0	156.6	136.5	457.0(T_{sy})		221. 2	211.8	199.1	632.1(T_{sy})	1089.1(T_y)
丁	A	20.2	30.2	16.0	66.4		26.6	26.5	32.7	85.8	152.2
	B	13.2	20.5	9.6	43.3		21.4	18.7	24.1	64.2	107.5
	C	24.5	41.6	30.6	96.7		20.7	26.8	30.4	77.9	174.6
	D	19.0	18.4	24.6	62.0		20.7	23.6	30.9	75.2	137.2
	E	27.6	30.0	22.7	80.3		32.6	40.0	34.2	106.8	187.1
	合计 T_{rsy}	104.5	140.7	103.5	348.7(T_{sy})		122. 0	135.6	152.3	409.9(T_{sy})	758.6(T_y)
					1883.8(T_y)					2719.5(T_y)	4603.3(T)

表12 多年多点统一随机区组设计的自由度分析表

变异来源	<i>DF</i>
各次试验间	$sy-1=7$
试点间	$s-1=3$
年份间	$y-1=1$
试点×年份间	$(s-1)(y-1)=3$
试点内区组间	$sy(r-1)=16$
试点内品种间	$sy(v-1)=32$
品种	$v-1=4$
品种×试点	$(v-1)(s-1)=12$
品种×年份	$(v-1)(y-1)=4$
品种×试点×年份	$(v-1)(y-1)(s-1)=12$
试点内误差(合并误差)	$sy(v-1)(r-1)=64$
总 变 异	$syvr-1=119$

四、多年多点试验设计—统计分析

❖ (1) 试验误差的同质性测验

- ❖ 在综合分析前，先对各次试验按随机区组设计逐个分析，计算出各次试验单独的误差，测验其误差是否同质，以便确定是否可将误差合并进行统一的比较分析，这可采用Bartlett方差同质性测验法。

四、多年多点试验设计—统计分析

❖ (2) 平方和的分解

表12 品种与年份组合产量总和(T_{vy})二向表

年 份	品 种					T_y
	A	B	C	D	E	
第一年	364.4	345.4	385.5	359.8	446.7	1883.8
第二年	522.0	477.9	540.2	617.5	561.9	2719.5
T_v	868.4	823.3	925.7	977.3	1008.6	4603.3

表13 水稻品种区域试验方差分析表

变异来源	DF	SS	MS	F
各次试验间	$sy-1=7$	16572.05		
试点间	$s-1=3$	9324.58	3108.19	162.82**
年份间	$y-1=1$	5819.96	5819.96	304.87**
试点×年份间	$(s-1)(y-1)=3$	1427.51	475.84	24.93**
试点内区组间	$sy(r-1)=16$	1706.13		
试点内品种间	$sy(v-1)=32$	4793.21		
品种	$v-1=4$	965.71	241.43	12.65**
品种×试点	$(v-1)(s-1)=12$	1293.41	107.78	5.65**
品种×年份	$(v-1)(y-1)=4$	513.54	128.39	6.73**
品种×试点×年份	$(v-1)(y-1)(s-1)=12$	2020.55	168.38	8.82**
试点内误差（合并误差）	$sy(v-1)(r-1)=64$	1221.55	19.09	
总 变 异	$syvr-1=119$	24242.93		

变异来源	<i>DF</i>	<i>SS</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>
各次试验间	$sy-1=7$	16572.05		
试点间	$s-1=3$	9324.58	3108.19	162.82**
年份间	$y-1=1$	5819.96	5819.96	304.87**
试点×年份间	$(s-1)(y-1)=3$	1427.51	475.84	24.93**
试点内区组间	$sv(r-1)=16$	1706.13		
试点内品种间	$sv(v-1)=32$	4793.21		
品种	$v-1=4$	965.71	241.43	12.65**
品种×试点	$(v-1)(s-1)=12$	1293.41	107.78	5.65**
品种×年份	$(v-1)(y-1)=4$	513.54	128.39	6.73**
品种×试点×年份	$(v-1)(y-1)(s-1)=12$	2020.55	168.38	8.82**
试点内误差（合并误差）	$sv(v-1)(r-1)=64$	1221.55	19.09	
总 变 异	$syvr-1=119$	24242.93		

品种之间平均效应有显著差异；

品种与年份、地点的一级和二级互作均显著，因而品种在不同试点、不同年份具有差异反应，需对各品种的地区适应性及稳产性进行具体分析，

品种×试点×年份的显著性说明与试点互作在年份反应不一致。

❖ 组合与试点组合、品种与年份组合平均产量表

表14 各品种在各试点的平均产量(kg)

品种	试点				平均
	甲	乙	丙	丁	
E	40.0	53.0	44.0	31.2	42.0
D	50.7	54.2	35.2	22.9	40.7
C	41.9	46.9	36.4	29.1	38.6
A	39.4	43.5	36.5	25.4	36.2
B	41.4	48.4	29.5	17.9	34.3

表15 各品种在各年份的平均产量表(kg)

品种	年份		平均	差异显著性	
	第一年	第二年		0.05	0.01
E	37.2	46.8	42.0	a	A
D	30.0	51.4	40.7	ab	A
C	32.1	45.0	38.6	bc	AB
A	28.9	43.5	36.2	cd	BC
B	28.8	39.8	34.3	d	C

E、D两品种在各试点的表现：在乙试点两者表现相近，而在甲试点D优于E。

在丙丁两试点则E优于D。故E的地区适应性广于D，在试点间表现较稳定。

E、D两品种在不同年份的表现，：第一年D低于E，第二年D高于E。故D在年份

间的波动大，而E在年份间较稳定。

对2年生速生丰产杨品种进行比较试验，研究其适生地点及不同年份对生长量的影响。

表 16 速生杨品种多年多点试验生长量(cm)

品种A	地点C	年份B			年合计
		B ₁	B ₂	B ₃	
A ₁	C ₁	18	17	19	54
	C ₂	18	18	16	52
	C ₃	24	26	25	75
	T	60	61	60	
A ₂	C ₁	20	19	21	60
	C ₂	17	16	17	50
	C ₃	27	26	23	76
	T	64	61	61	
A ₃	C ₁	14	15	15	44
	C ₂	14	13	13	40
	C ₃	20	19	21	60
	T	48	47	49	
总和		172	169	170	511

表17 多年多点处理无重复的数据分析

变异来源	自由度
处理A	$a-1$
年份B	$b-1$
地点C	$c-1$
AB	$(a-1)(b-1)$
AC	$(a-1)(c-1)$
BC	$(b-1)(c-1)$
ABC (误差)	$(a-1)(b-1)(c-1)$
总变异	$abc-1$

表6 3个速生杨品种多年多点试验生长量的方差分析表

变异来源	df	SS	S ²	F
品种	2	116.96	58.48	34.32**
年份	2	0.52	0.26	<1
地点	2	289.85	144.93	85.06**
品种×年份	4	2.37	0.59	<1
品种×地点	4	7.71	1.93	1.13
地点×年份	4	4.81	1.20	<1
误差	8	13.63	1.70	
总变异	26	435.85		

裂区设计的特点

- (1) 副区因素是主要研究的因素，
主区因素是次要研究的因素，
副区空间小、主区空间大。

裂区设计的特点

(2) 裂区设计的各区组先划分为主区，安排主区因素的各水平（即主处理），再由主区划分副区安排副区因素的各水平（即副处理）。这样对副区因素来说主区就是一个完全区组，但对全试验所有处理（即水平组合）来说，主区仅是一个不完全区组。

主处理的重复数等于试验的重复数，副处理的重复数等于试验的重复数 \times 主处理数，显然副处理的重复数大于主处理的重复数。

裂区设计的特点

(3) 在裂区设计中，主处理分设在主区，副处理分设于主区内的副区，副区之间比主区之间的试验空间更接近，因此在副区因素水平间和主区因素水平内的副区因素水平间进行比较，其精确度较高；而在主区因素水平间和副区因素水平内的主区因素水平间进行比较，其精确度较低。

在统计分析时，可分别估算主区与副区的试验误差，副处理间的比较比主处理间的比较更精确。

裂区设计的特点

(4) 二因素裂区设计有两个误差（主区误差和副区误差）、三因素再裂区设计有三个误差（主区误差、副区误差、副副区误差）。通常主区误差大于副区误差，副区误差大于副副区误差。

应用裂区设计的情况

(1) 精确度要求不同

如果某一因素的主效比另一因素重要而要求更为精确的比较，或者两个因素间的交互作用比其主效是更为重要的研究目标时，宜采用裂区设计。应将要求精度更高、主要研究的因素作为副区因素。

应用裂区设计的情况

(2) 主效的相对大小

如果某一因素的主效比另一因素的主效更大时，宜采用裂区设计。应将主效较大的因素作为主区因素，而将主效较小的因素作为副区因素，以便于发现副区因素水平间的差异。

应用裂区设计的情况

(3) 管理实施的需要

如果某一因素比另一因素需要更大的空间时，为了管理实施的方便而采用裂区设计。应将需要空间较大的因素作为主区因素，需要空间较小的因素作为副区因素。

应用裂区设计的情况

(4) 试验设计需临时变更

有时，一个试验（如甘薯品种比较试验）已经在进行，但临时又发现必须加上另一个试验因素（如翻蔓与不翻蔓）。这时可以将已经进行试验的各小区（主区）再划分成若干个较小的区域（副区），将新增试验因素（副区因素）的各水平设置上去。